

Ασκήσεις μηχανικών ταλαντώσεων

1. Σώμα μάζας $m = 4 \text{ kg}$ εκτελεί α.α.τ. με εξίσωση απομάκρυνσης:

$$x = 8\eta\mu(\pi t + \pi/6)$$

1. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του.
2. Να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνσή του συναρτήσει του χρόνου.
3. Να αντιστοιχίσετε την παραπάνω γραφική παράσταση με το στρεφόμενο διάνυσμα που παριστάνει την ταλάντωσή του.
4. Να υπολογίσετε τον χρόνο που θα χρειαστεί για να περάσει για 1η φορά από τη θέση ισορροπίας (και με το στρεφόμενο διάνυσμα).
5. Να υπολογίσετε τον χρόνο που θα χρειαστεί για να περάσει για 1η φορά από τη θέση $x = -2 \text{ m}$ (και με το στρεφόμενο διάνυσμα).
6. Να υπολογίσετε τον χρόνο που θα χρειαστεί για να πάει για 1η φορά από τη θέση $x_1 = -2 \text{ m}$ στη θέση $x_2 = +2 \text{ m}$ (και με το στρεφόμενο διάνυσμα).
7. Να παραστήσετε γραφικά την φάση του συναρτήσει του χρόνου.
8. Πόση είναι η φάση της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t = 2\text{sec}$
9. Ποιός ο ρυθμός μεταβολής της φάσης της ταλάντωσης;

2. Έστω ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k=200\text{N/m}$, που ισορροπεί κατακόρυφα με το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο ελεύθερο άκρο του συνδέω σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ και το συγκρατώ αρχικά στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου. Αφήνω το σώμα ελεύθερο και το σύστημα εκτελεί α.α.τ.

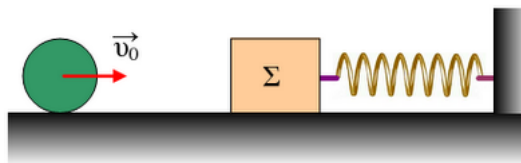
1. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.
2. Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια της ταλάντωσης.
3. Να παραστήσετε γραφικά τη δυναμική και την κινητική ενέργεια της ταλάντωσης του ελατηρίου συναρτήσει της θέσης της μάζας m .
4. Να παραστήσετε γραφικά, στο προηγούμενο διάγραμμα, τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου συναρτήσει της θέσης της μάζας m .
5. Να παραστήσετε γραφικά, στο προηγούμενο διάγραμμα, τη δυναμική ενέργεια της μάζας m συναρτήσει της θέσης.

Σύνθετες ασκήσεις
(κρούσης – ταλάντωσης)

4^ο θέμα Πανελληνίων

Πλαστική κρούση

1. Ένα σώμα Σ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς κ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα ελατήριο μάζα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά την αρνητική φορά. Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος Σ δίνεται από τη σχέση: $x = 0,1\mu 10t$ (SI). Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E = 6 \text{ J}$. Τη χρονική στιγμή $t=\pi/10 \text{ s}$ στο σώμα Σ σφηνώνεται βλήμα μάζας $m_2=m_1/2$ κινούμενο με ταχύτητα U_0 κατά την θετική φορά. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A' = 0,1 \text{ m}$.



α. Να υπολογίσετε τη σταθερά κ του ελατηρίου (4 μονάδες) και τη μάζα m του σώματος Σ (4 μονάδες).

(8 μονάδες)

β. Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια E' (4 μονάδες) και τη γωνιακή συχνότητα ω' της ταλάντωσης του συσσωματώματος (4 μονάδες)

(8 μονάδες)

γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα U_0 του βλήματος πριν από την κρούση.

(9 μονάδες)

(Επαναληπτικές εξετάσεις 2007)

2. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R = 1,8 \text{ m}$. Στη συνέχεια το σώμα Σ_1 κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2 \text{ kg}$. Το Σώμα Σ είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $\kappa = 300 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο

σημείο. Τη στιγμή της κρούσης η ταχύτητα του Σ_1 είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Να βρείτε:

A. Την ταχύτητα του σώματος Σ_1 , στο οριζόντιο επίπεδο, πριν συγκρουστεί με το Σ_2 .
(6 μονάδες)

B. Την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.
(6 μονάδες)

Γ. Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα, μέχρι να μηδενιστεί για πρώτη φορά η ταχύτητά του.
(6 μονάδες)

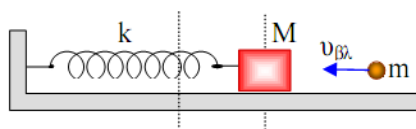
Δ. Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για δεύτερη φορά.
(7 μονάδες)

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$

(Εξετάσεις Εσπερινών Λυκείων 2008)

Ημιαστική κρούση

3. Σώμα Σ μάζας $M = 0,1 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k και ηρεμεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Μεταξύ του σώματος και του δαπέδου δεν εμφανίζονται τριβές. Βλήμα μάζας $m = 0,001 \text{ kg}$ κινείται με ταχύτητα $U_{βλ} = 200 \text{ m/s}$ κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, διαπερνά ακαριαία το σώμα Σ και κατά την έξοδο του η ταχύτητα του έχει γίνει $U_2 = U_{βλ}/2$. Να βρεθούν:



α. Η ταχύτητα με την οποία θα κινηθεί το σώμα Σ αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος.
(6 μονάδες)

β. Η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.
(6 μονάδες)

γ. Η περίοδος με την οποία ταλαντώνεται το σώμα Σ .
(6 μονάδες)

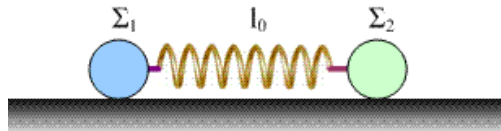
δ. Η ελάττωση της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση.
(7 μονάδες)

(Εξετάσεις Εσπερινών Λυκείων 2004)

Δείτε και από τον Σαββάλα τις: 1.18, 1.19, 1.20, 1.32

και ολίγα προβλήματα
(4^ο Θέμα)
για ... προχωρημένους

1. Δίνεται ότι οι μάζες m_1 και m_2 στο παρακάτω σχήμα είναι ίσες και το ελατήριο ανάμεσα τους έχει αρχικά το φυσικό του μήκος. Αν εκτείνουμε το ελατήριο κατά 20 cm και στη συνέχεια το αφήσουμε ελεύθερο, να μελετήσετε την κίνηση του συστήματος και να υπολογίσετε τις τιμές των χαρακτηριστικών του μεγεθών (πλάτος, περίοδος κλπ).



Έστω $m_1 = m_2 = 2\text{ kg}$, $k = 100\text{ N/m}$

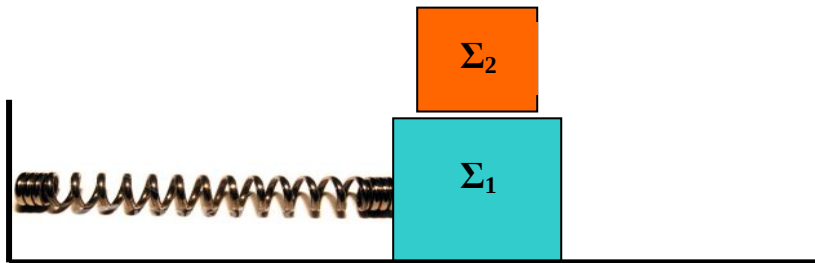
και κάτι πιο ... extreme ...

Να μελετήσετε την κίνηση του συστήματος αν $m_1 = 2m_2$

Υπόδειξη: το σύστημα θα εκτελέσει δύο ταλαντώσεις με ακίνητο το μέσον Μ του ελατηρίου (σαν να είχαμε δηλαδή δύο ανεξάρτητα ελατήρια), με αντίθετη φάση ($\Delta\phi=\pi$). Χρησιμοποιήστε την ΑΔΟ.

Αν $m_1 \neq m_2$ το σημείο του ελατηρίου που θα παραμένει ακίνητο δεν θα είναι το μέσον του, αλλά το κέντρο μάζας του συστήματος, που υπολογίζεται από τη συνισταμένη των ροπών (βλέπε περιστροφή στερεού).

2. Το σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 4\text{ kg}$, στο παρακάτω σχήμα, ισορροπεί δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{ N/m}$, που το άλλο άκρο του είναι σταθερό. Πάνω του ισορροπεί ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{ kg}$. Εκτρέπουμε το Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του προς τα δεξιά και το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει ταλάντωση. Αν το δάπεδο είναι λείο και ο συντελεστής τριβής μεταξύ Σ_1 και Σ_2 είναι $\mu=0,4$, να υπολογίσετε το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης τους, ώστε το Σ_2 να μην ανατραπεί. Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$.



Υπόδειξη:

Η δύναμη που κινεί το Σ_2 δεν είναι άλλη από τη στατική τριβή που δέχεται από το Σ_1 και που η τιμή της δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την τριβή ολίσθησης $T_{ολ} = \mu N$



3. Σώμα μάζας $m_1 = 4\text{kg}$ ισορροπεί στερεωμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 10\text{N/m}$, που το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο (στο δάπεδο). Πάνω στο Σ_1 έχουμε στηρίξει δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2\text{kg}$ και το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Να υπολογίσετε τη θέση και τη χρονική στιγμή, όπου τα δύο σώματα θα χάσουν επαφή, αν συμπιέσουμε το σύστημα κατά 10cm προς τα κάτω και τη στιγμή $t=0$ το αφήσουμε ελεύθερο να κινηθεί.

Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$

