

Τυπική Άσκηση
αμείωτων μηχανικών ταλαντώσεων

Από το ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 10\text{N/m}$, που το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο ακλόνητα στην οροφή, εξαρτάται μικρή σφαίρα που αρχικά ισορροπεί. Μετακινούμε τη σφαίρα με την επενέργεια εξωτερικής δύναμης από τη θέση ισορροπίας της, κατά $d = 2\text{ cm}$ προς τα κάτω και την αφήνουμε ελεύθερη τη χρονική στιγμή $t=0$. Το σύστημα εκτελεί κατακόρυφη αρμονική ταλάντωση, χωρίς τριβές και αντιστάσεις, κάνοντας 300 πλήρεις αιωρήσεις σε ένα min. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\text{ m/s}^2$. Θεωρήστε θετική τη φορά προς τα κάτω και $\pi^2 \approx 10$.

Δυναμική

1. Να δείξετε ότι η κίνηση του συστήματος είναι Γ.Α.Τ.

Σταθερές

Να υπολογίσετε:

2. Τη συχνότητα, την περίοδο και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης.
3. Τη μάζα της σφαίρας.
4. Το πλάτος και την (ολική) ενέργεια της ταλάντωσης.
5. Την αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου και την αρχική φάση της ταλάντωσης.

Μέγιστες τιμές

6. Τη μέγιστη ταχύτητα της σφαίρας.
7. Τον μέγιστο ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας της σφαίρας. Σε ποιά χρονική στιγμή αντιστοιχεί, στο χρονικό διάστημα μεταξύ $T/4$ και $3T/4$;
8. Το μέγιστο ρυθμό μεταβολής της ορμής της σφαίρας.

Εξισώσεις – γραφικές παραστάσεις

9. Να γράψετε την εξίσωση της φάσης της ταλάντωσης και να την παραστήσετε γραφικά συναρτήσει του χρόνου.
10. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης, συναρτήσει του χρόνου και να τις παραστήσετε γραφικά.
11. Να γράψετε τις εξισώσεις της ταχύτητας, της επιτάχυνσης και της δύναμης επαναφοράς συναρτήσει της θέσης και να τις παραστήσετε γραφικά.
12. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς και να την παραστήσετε γραφικά συναρτήσει της απομάκρυνσης.

13. Να γράψετε τις εξισώσεις της δυναμικής, της κινητικής και της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης, συναρτήσει του χρόνου και να τις παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων.
14. Να γράψετε τις εξισώσεις της δυναμικής, της κινητικής και της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης, συναρτήσει της θέσης και να τις παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων.

Στιγμιαίες τιμές

15. Να υπολογίσετε την ταχύτητα, την επιτάχυνση και την κινητική ενέργεια της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t_1 = 1/60 \text{ sec}$.
16. Να υπολογίσετε την ταχύτητα, την επιτάχυνση και τη δυναμική ενέργεια της σφαίρας, τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση $x = 1 \text{ cm}$.
17. Να υπολογίσετε τις θέσεις όπου η κινητική ενέργεια του ταλαντωτή γίνεται ίση με τη δυναμική ενέργεια του.
18. Ποιός ο ρυθμός μεταβολής της ορμής τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση $x = 2 \text{ cm}$.

Λόγος (ομοειδών μεγεθών)

19. Να υπολογίσετε τον λόγο U/K τη στιγμή που η σφαίρα περνάει από τη θέση $x = A/4$.

Χρονική στιγμή

20. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που θα περάσει η σφαίρα για 5^η φορά από τη θέση $x = -2 \text{ cm}$.
21. Πότε θα αποκτήσει η σφαίρα για τρίτη φορά ταχύτητα $U = +U_{\max}/2$;

Χρονική διάρκεια

22. Σε πόσο χρόνο θα φθάσει το ελατήριο στη θέση του φυσικού του μήκους για 1^η φορά.
23. Επί πόσο χρόνο, μέσα σε μία περίοδο, θα είναι η απομάκρυνση της σφαίρας μεγαλύτερη των 2 cm ;
24. Επί πόσο χρόνο (μέσα στη διάρκεια μιας περιόδου) κινείται η σφαίρα μεταξύ των θέσεων $x_1 = A/2$ και $x_2 = -A/2$, με $U > 0$.

Μεταβολές

25. Ποιά είναι η μεταβολή της ταχύτητας σε $\Delta t = T/2$;
26. Να υπολογίσετε τη σχετική μεταβολή και την επί τοις εκατό μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας μεταξύ των θέσεων $x_1 = A/3$ και $x_2 = A/2$.

Ρυθμοί μεταβολής

27. Ποιός ο (στιγμιαίος) ρυθμός μεταβολής κινητικής και της δυναμικής ενέργειας, όταν η σφαίρα διέρχεται από τη θέση $x = -2,5 \text{ cm}$, κινούμενη προς τα κάτω.
28. Ποιός ο μέσος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας στη χρονική διάρκεια από $t = 0$ έως $t = T/4$
29. Ποιός ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας ;