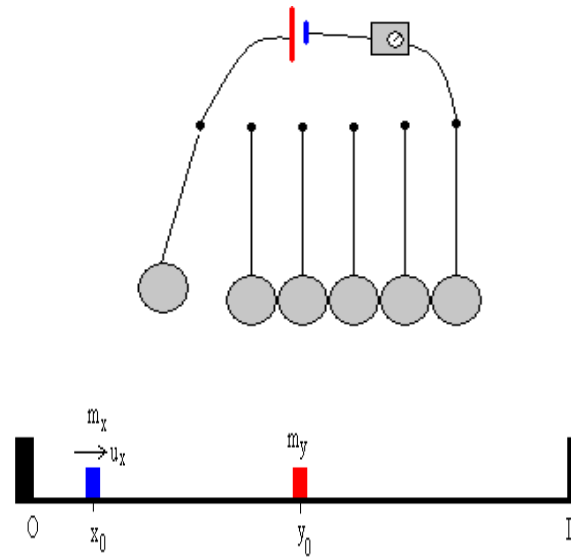
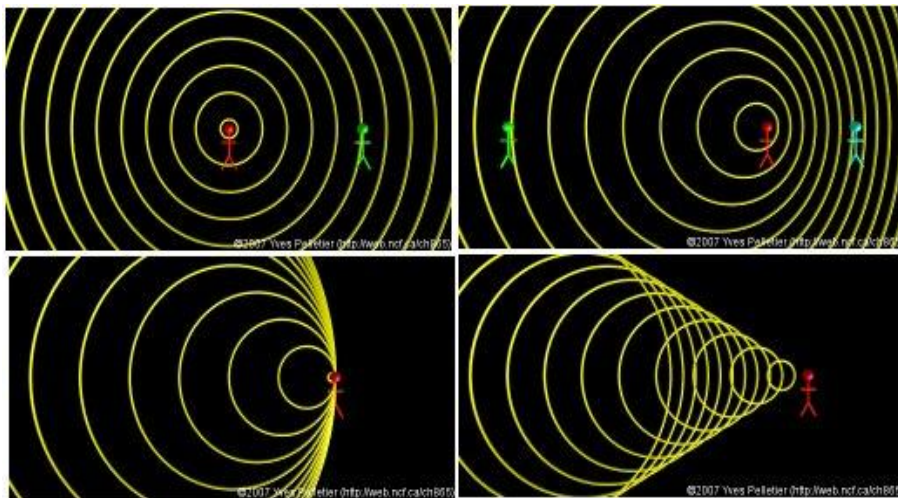


4^ο Κεφάλαιο

Κρούσεις



Φαινόμενο Doppler



Κώστας Γιαννακός
Φυσικός

Κρούση

Η έννοια της κρούσης

- Η κλασική έννοια της κρούσης αφορά τη σύγκρουση δύο σωμάτων, όπως οι μπάλες του μπυλιάρδου, όπου λόγω των **ισχυρών εσωτερικών δυνάμεων** που ασκούνται μεταξύ τους, μεταβάλλεται **απότομα** η κινητική τους κατάσταση.
- Κατ' επέκταση ονομάζουμε κρούση κάθε φαινόμενο του μικρόκοσμου, στο οποίο τα συγκρουόμενα σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά **μεγάλες δυνάμεις** για πολύ **μικρό χρονικό διάστημα**.
- Στην πραγματικότητα στον μικρόκοσμο δεν υπάρχει επαφή, αλλά **σκέδαση** από απόσταση. Παράδειγμα: Ένα σωματίο α^+ που εκτοξεύεται με στόχο τον πυρήνα κάποιου ατόμου, ανακλάται λόγω της ισχυρής ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης τους, χωρίς να έρθει ποτέ σε επαφή με αυτόν.

Τα μεγέθη

που υπεισέρχονται στη μελέτη της κρούσης είναι: οι μάζες, οι ταχύτητες και οι γωνίες που σχηματίζουν οι τροχιές (στην πλάγια και την έκκεντρη κρούση)

η κινητική ενέργεια $\mathbf{K} = \frac{1}{2} \mathbf{m} \mathbf{u}^2$, μέγεθος μονόμετρο, μονίμως θετικό, μονάδα μέτρησης το **Joule**, που η μεταβολή της είναι $\Delta \mathbf{K} = \mathbf{K}_{\text{τελ}} - \mathbf{K}_{\text{αρχ}}$

και

$\rightarrow \quad \rightarrow$

η ορμή $\mathbf{P} = \mathbf{m} \mathbf{u}$, μέγεθος διανυσματικό, άρα με μέτρο θετικό ή αρνητικό,

μονάδα μέτρησης το **kg.m/s** και διανυσματική μεταβολή: $\Delta \mathbf{P} = \mathbf{P}_{\text{τελ}} - \mathbf{P}_{\text{αρχ}}$.

Οι εξισώσεις

Η μελέτη της κρούσης γίνεται με τις αρχές διατήρησης της ορμής και της ενέργειας.

- **Α.Δ.Ο.** (αρχή διατήρησης της ορμής)

Η ορμή ενός **μονωμένου** συστήματος σωμάτων ($\Sigma \mathbf{F}_{\text{εξ}} = \mathbf{0}$), κατά τη διάρκεια της κρούσης (**οποιοδήποτε είδους**) διατηρείται (παραμένει σταθερή).

Επειδή η κρούση είναι ένα φαινόμενο που διαρκεί πολύ λίγο χρόνο ($\Delta t \rightarrow \mathbf{0}$), οι ωθήσεις των εξωτερικών δυνάμεων (αν υπάρχουν), είναι αμελητέες κατά τη διάρκεια της κρούσης, άρα μπορούμε να θεωρήσουμε το σύστημα μονωμένο και να εφαρμόσουμε την ΑΔΟ, ακόμα και στην περίπτωση που $\Sigma \mathbf{F} \neq \mathbf{0}$, όπως π.χ. στην κρούση δύο σωμάτων στον αέρα, όπου τα βάρη τους δεν εξουδετερώνονται από την αντίδραση του δαπέδου.

2^{ος} νόμος του Νεύτωνα: $\Sigma \mathbf{F} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t$, άρα $\Delta \mathbf{P} = \Sigma \mathbf{F} \cdot \Delta t$
αν $\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$ ή $\Delta t \rightarrow \mathbf{0}$, τότε $\Delta \mathbf{P} \rightarrow \mathbf{0}$ ή $\mathbf{P} = \text{σταθ}$, ή $\mathbf{P}_{\text{τελ}} = \mathbf{P}_{\text{αρχ}}$

- **A.Δ.Μ.Ε.**

Η μηχανική ενέργεια ενός συστήματος σωμάτων διατηρείται (παραμένει σταθερή). Με την προϋπόθεση όμως ότι δεν υπάρχουν τριβές και αντιστάσεις, που θα ελάττωναν τη μηχανική ενέργεια μετατρέποντάς την σε θερμότητα.

$$E_{\text{μηχ(ολ)}} = E'_{\text{μηχ(ολ)}} \quad \{ \text{ή } K + U = K' + U' \}.$$

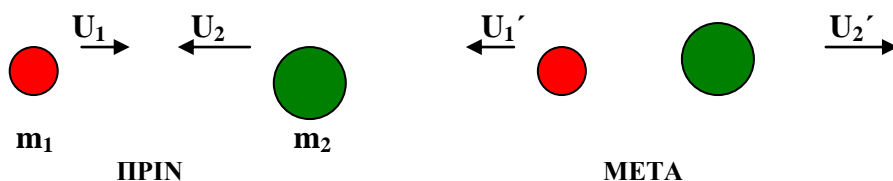
Επειδή η κρούση είναι ένα φαινόμενο που διαρκεί πολύ λίγο χρόνο ($\Delta t \rightarrow 0$), δεν μεταβάλλεται η θέση των σωμάτων, άρα ούτε και η δυναμική τους ενέργεια, επομένως έχουμε τελικά **διατήρηση της κινητικής ενέργειας** του συστήματος:

$$K_1 + K_2 = K_1' + K_2'$$

Είδη κρούσης:

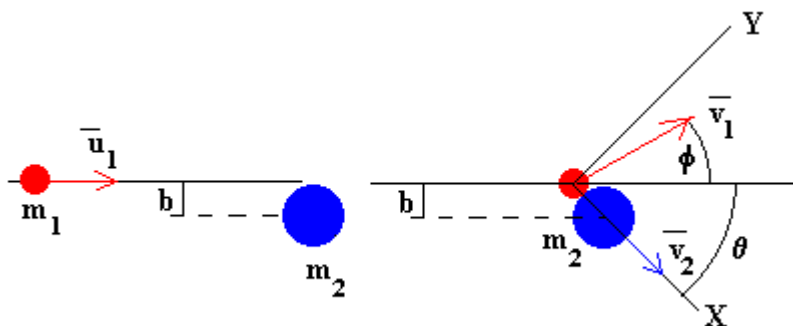
A. όσον αφορά τις διευθύνσεις

- **Κεντρική** ή **μετωπική** ονομάζεται η κρούση κατά την οποία τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται πάνω στην **ίδια ευθεία**.

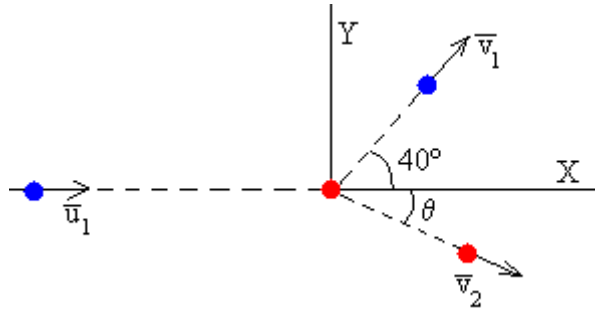


Η Α.Δ.Ο. στη μετωπική κρούση μας δίνει 1 εξίσωση (σε άξονα xx' ή $\psi\psi'$)

- **Έκκεντρη** ονομάζεται η κρούση, που οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι **παράλληλες** πριν από την κρούση. Είναι η κρούση που χαρακτηρίζουμε αλλιώς ως **πλαγιομετωπική**.



- **Πλάγια** ονομάζεται η κρούση, αν οι ταχύτητες των σωμάτων, πριν και μετά την κρούση, βρίσκονται σε **τυχαίες διευθύνσεις**.



Προσοχή:

Στην έκκεντρη και την πλαστική κρούση η **Α.Δ.Ο.** μας δίνει **2 εξισώσεις** (μια στον άξονα xx' και μια στον άξονα $\psi\psi'$). Υπολογίζουμε τις ταχύτητες μετά την κρούση, αφού βρούμε πρώτα με την ΑΔΟ τις δύο συνιστώσες τους U'_x και U'_ψ , με το πυθαγόρειο θεώρημα, δηλαδή από τη σχέση: $(U')^2 = (U'_x)^2 + (U'_\psi)^2$

Β. όσον αφορά τις ενέργειες

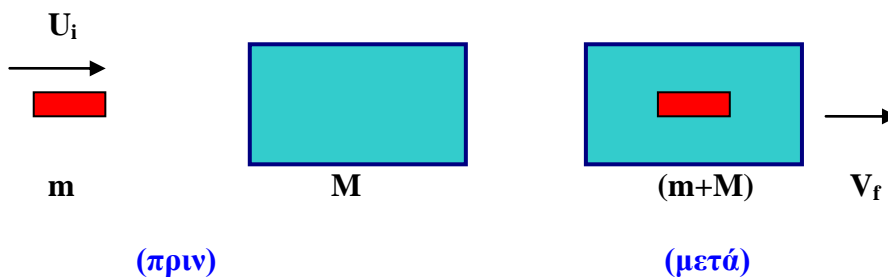
- **Ελαστική** είναι η κρούση στην οποία τα σώματα είναι πολύ σκληρά και δεν υφίστανται μόνιμες παραμορφώσεις (μπορεί να έχουμε παροδική παραμόρφωση), άρα διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων.

(ισχύει και η ΑΔΜΕ και η ΑΔΟ)

- **Ανελαστική** ονομάζεται η κρούση στην οποία ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα.

(ισχύει μόνον η ΑΔΟ και η ΑΔΕ, όχι όμως η ΑΔΜΕ)

- Ειδικότερα αν έχω δημιουργία συσσωμάτωματος, τα δύο σώματα κινούνται δηλαδή σαν ένα μετά την κρούση, η κρούση χαρακτηρίζεται **πλαστική**.



Αν έχουμε μόνιμες παραμορφώσεις, αλλά χωρίς συσσωμάτωμα μιλάμε για **ημιελαστική** κρούση (πχ βλήμα που διαπερνά κομμάτι ξύλου).

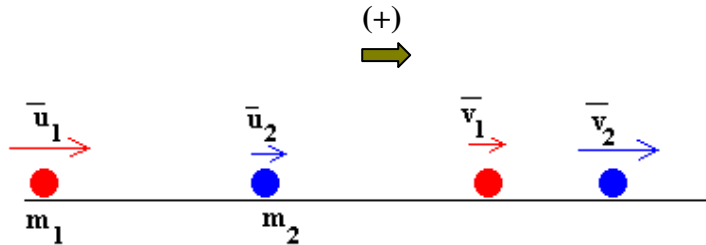
Η απώλεια της ενέργειας του συστήματος σε κάθε ανελαστική κρούση, υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta E = E_f - E_i = \frac{1}{2}(m + M)v_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{1}{2} \frac{mM}{m + M} v_0^2$$

f (final) = τελική και **i** (initial) = αρχική

Κεντρική ελαστική κρούση

(με $U_2 \neq 0$)



Θεωρώ το σύστημα $m_1 - m_2$ μονωμένο, αν θεωρήσω αμελητέες τριβές και αντίσταση του αέρα.

1) **Α.Δ.Ο. :**

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (1)$$

$$m u_1 - m v_1 = m v_2 - m u_2$$

2) **Α.Δ.Ε. :**

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$m_1 (u_1 - v_1) = -m_2 (u_2 - v_2)$$

$$m_1 (u_1^2 - v_1^2) = -m_2 (u_2^2 - v_2^2)$$

$$m_1 (u_1 - v_1) = -m_2 (u_2 - v_2)$$

$$m_1 (u_1 - v_1)(u_1 + v_1) = -m_2 (u_2 - v_2)(u_2 + v_2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη έχω:

$$m_1 (u_1 - v_1) = -m_2 (u_2 - v_2)$$

$$(u_1 + v_1) = (u_2 + v_2)$$

$$v_1 = \frac{2m_2 u_2 + (m_1 - m_2) u_1}{m_1 + m_2}$$

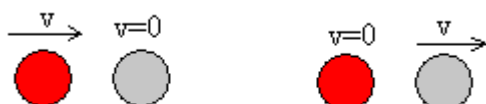
$$v_2 = \frac{2m_1 u_1 + (m_2 - m_1) u_2}{m_1 + m_2}$$

- Αν μετά τις πράξεις προκύψει **αρνητική τιμή** για κάποια ταχύτητα μετά την κρούση, θα συμπεράνουμε απλά ότι **η φορά** της είναι **αντίθετη** από εκείνη που αρχικά θεωρήσαμε.

Διερεύνηση:

- Αν $m_1 = m_2$
οι σφαίρες **ανταλλάσσουν ταχύτητες** : $U_1' = U_2$ και $U_2' = U_1$

- Αν το 2^ο σώμα είναι αρχικά ακίνητο και $m_1 = m_2$, μετά την κρούση ακινητοποιείται το 1^ο και κινείται το 2^ο με την ταχύτητα του 1^{ου}.



- Αν το 2^ο σώμα είναι αρχικά ακίνητο ($u_2 = 0$), τότε οι τύποι απλοποιούνται:

$$u_1' = (m_1 - m_2)u_1 / m_1 + m_2$$

$$u_2' = 2m_1 u_1 / m_1 + m_2$$

Και ακόμα:

- Αν $m_1 \gg m_2$ (πχ κινούμενη νταλικά πέφτει σε ακίνητο ποδήλατο)
τότε μπορώ να θεωρήσω αμελητέο το m_2 , οπότε προκύπτει

$$u_1' \approx u_1 \text{ και } u_2' = 2u_1$$

δηλαδή η νταλικά συνεχίζει να κινείται με την ίδια (σχεδόν) ταχύτητα, ενώ το ποδήλατο εκτοξεύεται με ταχύτητα διπλάσια της νταλικας.

- Ενώ αν $m_1 \ll m_2$ (πχ κινούμενο μπαλάκι πέφτει σε ακίνητο τοίχο)
τότε μπορώ να θεωρήσω αμελητέο το m_2 , οπότε προκύπτει

$$u_1' = -u_1 \text{ και } u_2' = 0$$

δηλαδή το μπαλάκι ανακλάται και ο τοίχος παραμένει ακίνητος.

Προσοχή:

Η μεταβολή της ορμής εδώ δεν είναι μηδέν, αλλά $2mU$, αφού η διαφορά δύο αντίθετων διανυσμάτων δεν κάνει μηδέν. {θυμηθείτε ότι: $5 - (-5) = 10$ }.

$$\text{όταν } \vec{P}_{\text{τελ}} = -\vec{P}_{\text{αρχ}}$$

$$\text{τότε: } \Delta \vec{P} = \vec{P}_{\text{τελ}} - \vec{P}_{\text{αρχ}} = \vec{P}_{\text{τελ}} + (-\vec{P}_{\text{αρχ}}) = 2\vec{P}_{\text{τελ}}$$

1^ο Φύλλο εργασίας

1. Ποιά είναι τα **χαρακτηριστικά** μιας κρούσης;

α.

β.

γ.

2. Τι είναι η **σκέδαση**;

.....

.....

.....

3. Να σχεδιάσετε μια **κεντρική**, μια **πλάγια** και μια **έκκεντρη** κρούση δύο σωμάτων, που κινούνται σε οριζόντιο επίπεδο.

(πριν)

(μετά)

κεντρική

πλάγια

έκκεντρη

4. **Πόσες** εξισώσεις μας δίνει η Α.Δ.Ο. σε κάθε μία από αυτές;

.....

.....

.....

5. Σε ποιά είδη κρούσης ισχύει η **ΑΔΟ** και σε ποιά η **ΑΔΜΕ**;

.....
.....

6. Πώς υπολογίζουμε τη θερμότητα που παράγεται σε μια πλαστική κρούση;

.....
.....
.....

7. Με ποιά προϋπόθεση ισχύουν η **ΑΔΟ** και η **ΑΔΜΕ** ;

.....
.....

8. Γιατί ισχύει η **ΑΔΟ** ακόμα και για **μη μονωμένο** σύστημα, κατά την κρούση;

.....
.....

9. Με τι ταχύτητα θα εκτιναχθεί ένα ακίνητο ποδήλατο αν πέσει πάνω του μια νταλικά με 80 km/h ; (Θεωρήστε την κρούση ελαστική)

.....

10. Ποιά η μεταβολή της ορμής για μπαλάκι που πέφτει κάθετα σε τοίχο και ανακλάται με την ίδια ταχύτητα;

.....
.....
.....

11. Με τι ταχύτητα θα φύγει ακίνητη μπάλα του μπιλιάρδου, αν πέσει πάνω της κεντρικά μια όμοια μπάλα που κινείται με 10 m/s;

.....
.....